

LAS TORRES DE HANOI -6

Si quieres saber más

Viaje al país del conocimiento

Para este viaje utilizaremos un código:

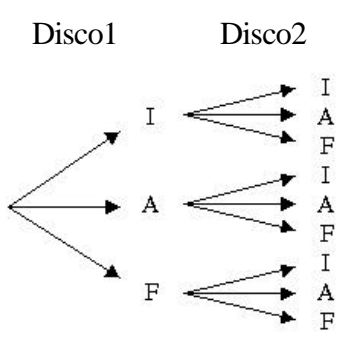
Disco 1: disco mayor	I: torre inicial
Disco 2: disco siguiente al 1	A: torre auxiliar o intermedia
Disco 3: disco siguiente al 2	F: torre final
<i>I₁F₂</i> representa la situación siguiente: el disco 1 está en la torre inicial y el disco 2 en la torre final.	

...y dos potentes herramientas matemáticas:

diagramas de árbol y grafos.

Comenzamos el viaje analizando las posiciones posibles de 2 discos¹:

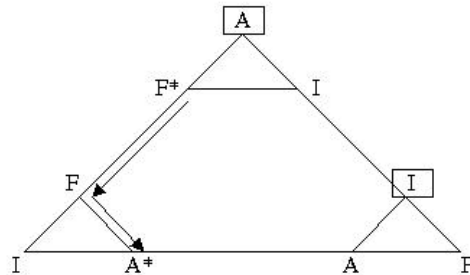
$I_2I_1, I_2A_1, I_2F_1, A_2I_1, A_2A_1, A_2F_1, F_2I_1, F_2A_1, \text{ y } F_2F_1.$



El correspondiente diagrama de árbol muestra estas 9 posiciones, representadas por cada uno de sus posibles caminos.

¹Empezar por lo más simple es, casi siempre, el mejor comienzo.

Ahora representamos las 9 posiciones (por un punto) y los casos en que es posible, de acuerdo con las reglas, pasar de una a otra posición en un movimiento (por una línea que une los dos puntos contiguos). Tendremos así el grafo del juego, donde están representadas las distintas posiciones posibles de los 2 discos en las 3 torres y los caminos que permiten pasar de una a otra posición.



Para su interpretación has de utilizar estas claves:

- Cada vértice representa una posición de los 2 discos en las 3 torres, según esta interpretación: el vértice del triángulo mayor más cercano (o el mismo vértice, si se trata de un vértice del triángulo mayor) nos indica la torre donde está situado el mayor (1); el vértice del triángulo menor nos indica la torre donde está situado el disco menor (2); así:
- La posición señalada A corresponde a A_2A_1 : se trata del vértice A del triángulo menor: luego, el disco menor (2) está en la torre A. Se trata del vértice A del triángulo mayor; luego, el disco mayor (1) está en la torre A.
- La posición señalada I corresponde a I_2F_1 : se trata del vértice I del triángulo menor; luego, el disco menor (2) está

en la torre I. El vértice del triángulo mayor más cercano es F; luego, el disco mayor (1) está en la torre F

- Si queremos pasar de la posición F* a la posición A* el camino más corto es el señalado en el grafo:

$$F_2A_1 \rightarrow F_2I_1 \rightarrow A_2I_1$$

Los vértices inferiores del triángulo mayor representa las posiciones inicial (I_2I_1) y final (F_2F_1) del juego con 2 discos. Puede observarse fácilmente que el camino más corto que conduce de una a otra corresponde al lado inferior del triángulo y nos indica los movimientos (3) mínimos necesarios:

$$I_2I_1 \rightarrow A_2I_1 \rightarrow A_2F_1 \rightarrow F_2F_1$$

Pasemos ahora a analizar el juego con tres discos:

Las posiciones posibles son ahora 27:

$$I_3I_2I_1, I_3I_2A_1, I_3I_2F_1, I_3A_2I_1, I_3A_2A_1, \dots, F_3F_2F_1$$

En el correspondiente grafo, distinguiremos ahora tres triángulos (mayor, intermedio y menor). Su interpretación es análoga a la descrita para el grafo del juego con 2 discos: el vértice del triángulo mayor más cercano (o el mismo vértice, si se trata de un vértice del triángulo mayor) nos indica la torre donde está situado el disco mayor (1); el vértice del triángulo intermedio más cercano (o el mismo vértice, si se trata de un

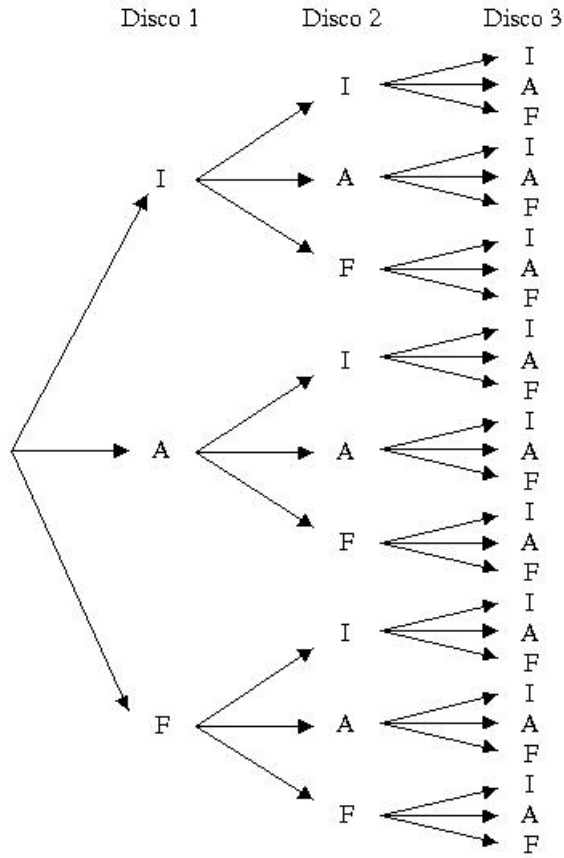
vértice del triángulo intermedio) nos indica la torre donde está situado el disco de tamaño intermedio (2); el vértice del triángulo menor nos indica la torre donde está situado el disco menor (3).

- **Averigua** qué posiciones de los 3 discos corresponden a los vértices marcados como 1 y 2. **Busca** en el grafo el camino más corto para pasar de la posición 1 a la 2. Finalmente, **efectúa** los movimientos correspondientes con tu juego.
- **Localiza** y encuentra en el grafo el camino más largo que conduce desde la posición inicial del juego con 3 discos (todos los discos en la torre inicial) a la final (todos los discos en la torre final), sin repetir ninguna posición. ¿**Cuántos** movimientos has de hacer?
- **Construye** el grafo correspondiente al juego con 4 discos. **Encuentra** el camino más corto y el camino más largo, desde la posición inicial del juego a la posición final, sin repetir ninguna posición.

NECESITAS

Un lápiz, una hoja en blanco, el juego con cuatro discos y la hoja del diagrama y grafo de 3 discos

Diagrama de árbol para 3 discos



Grafo para 3 discos

