

"Taller de juegos matemáticos. Otras clases de Mates"

una experiencia para toda Asturias

JUSTIFICACIÓN:

La Sociedad Asturiana de Educación Matemática "Agustín de Pedrayes" (SADEM), coincidiendo con la celebración del año 2000 como Año Mundial de las Matemáticas, organizó diversas actividades durante el curso escolar 1999-2000, entre las que estaba este "Taller de juegos matemáticos. Otras clases de Mates".

Fundamentalmente, se trataba de contribuir así a los fines previstos por el Comité Español del Año Mundial de las Matemáticas (CEAM2000) y especialmente al que trata de "acercar las Matemáticas a la sociedad y fomentar una educación matemática adecuada para toda la población". Convencidos de que una educación matemática para todos sólo es posible si va unida al interés y aprecio por su aprendizaje, y que para ello éste puede y debe ser profundamente estimulante y atractivo, este Taller pretende mostrar tanto a los estudiantes como a los profesores las múltiples posibilidades de hacer Matemáticas con placer.

Por un lado, incluyendo contenidos matemáticos habitualmente ausentes del currículo escolar (análisis matemático de juegos; simulaciones probabilísticas; construcción, lectura e interpretación de fórmulas; cuadrados mágicos; grafos; ...) que, siendo de por sí enormemente atractivos, conectan con el saber matemático más polivalente y funcional (saber "hacer Matemáticas"): comprensión y codificación de la situación de problema, establecimiento y puesta en acción de una estrategia de resolución, registro y análisis del proceso y de los resultados, generalización, particularización, búsqueda de regularidades y descripción de las mismas, establecimiento y comprobación de hipótesis, ...

Y por otro, mostrando cómo muchos de los contenidos matemáticos clásicos pueden enseñarse eficazmente mediante juegos y actividades con un fuerte componente lúdico, mejorando no sólo la atención e interés de los alumnos, sino también la comprensión y las destrezas de uso.

Unos y otros se presentan por medio de actividades secuenciadas de carácter generalmente abierto que, a la vez que facilitan un acercamiento progresivo al contenido objeto de estudio o al problema planteado, permiten diversos niveles de profundización y desarrollo, culminando en muchos casos con una última actividad subtitulada "Si quieres saber más", que se plantea como un difícil reto para aquellos alumnos más capaces y motivados para las Matemáticas.

En muchos casos, las actividades propuestas han de hacerse necesariamente en equipo, en otros es éste el modo elegido para su realización. No sólo se trata de una forma más agradable de trabajar y que sin duda será la habitual en su futuro laboral, sino que es imprescindible educar a los alumnos en esta forma de trabajo y aprendizaje cooperativo. Todo ello exige una cuidada planificación de la tarea así como de la evaluación de los aprendizajes para ser eficaz. La selección de las primeras actividades propuestas para hacerse en equipo, de modo que esta forma de trabajo sea imprescindible para poder hacerlas, ayuda a consolidar buenos hábitos de trabajo en equipo y permite su implantación natural en las clases.

La utilización de material manipulativo para realizar la mayoría de las actividades es quizás el elemento más característico de la propuesta. Conscientemente, optamos por materiales de bajo coste que cualquier centro puede reproducir o adquirir fácilmente y tratamos de dar respuesta a las preguntas claves que su utilización plantea. Su inclusión en este Taller está justificada no sólo por el

atractivo que supone su uso para la mayoría de los alumnos, sino también y especialmente porque son un medio eficaz y a menudo imprescindible para facilitar y fijar ciertos aprendizajes, ligándolos a experiencias físicas concretas.

En unos casos, su aportación fundamental es la contribución a mejorar las relaciones y el ambiente de la clase; en otros inciden especialmente en la forma, sentido y calidad del aprendizaje de los estudiantes; y en todos ellos, requieren un trabajo previo del profesor antes de su utilización en el aula: preparando los materiales necesarios con suficiente antelación, asegurando que las condiciones del aula son adecuadas, planificando su desarrollo en la clase, etc.

Su incidencia en la mejora de la práctica docente vendrá determinada, más que por el hecho de disponer de ellos en los centros, por la utilización que los profesores hagamos de los mismos: cuándo utilizarlos, para qué utilizarlos y cómo hacerlo eficazmente son las cuestiones claves que el profesor individual y colectivamente ha de plantearse. Como cualquier otro recurso, su eficacia está determinada por la utilización correcta que de él se haga: por un lado, no son buenos para todo ni de cualquier manera; y por otro, si el estudiante percibe su utilización como algo extraordinario y al margen del quehacer cotidiano, su eficacia didáctica se verá notablemente reducida. Nunca insistiremos demasiado en estos aspectos relacionados con el uso de materiales manipulativos en las clases, dada la frecuencia con que los profesores hacemos caso omiso de los mismos.

La inclusión de contenidos desconocidos para muchos alumnos y profesores, el tratamiento dado a los contenidos clásicos, la abundante utilización de recursos manipulativos, el trabajo en equipo como forma habitual de realizar muchas de las actividades propuestas, y el diseño de actividades atractivas, abiertas y adecuadamente secuenciadas, configuran unas "clases" de Matemáticas notablemente distintas a las habituales, donde la preocupación por facilitar el aprendizaje y mantener el interés de los alumnos, unido a la atención a la diversidad de intereses y capacidades, son el fundamento de esta propuesta.

Si somos capaces de desterrar el aburrimiento de nuestras clases y hacemos de ellas un lugar donde los estudiante disfruten haciendo Matemáticas, estaremos avanzando notablemente en la permanente e irrenunciable tarea de mejorar la enseñanza y hacer posible una educación matemática adecuada para todos; simultáneamente, esto será lo que sin duda puede contribuir en mayor medida a mejorar la imagen social de las Matemáticas.

Este taller sólo pretende aportar algunas ideas para emprender este difícil camino.

CONTENIDO Y ORGANIZACIÓN:

Las actividades del Taller, dirigidas separadamente a Educación Primaria (EP) y a Educación Secundaria Obligatoria (ESO), abarcan 5 niveles cada uno de los cuales comprende 2 cursos. Los 3 primeros niveles se corresponden con los 6 cursos de EP (6 a 11 años) y los 2 últimos con los 4 cursos de ESO (12 a 15 años).

Simultáneamente, las actividades se agrupan en 6 bloques de contenidos: Aritmética y Álgebra, Geometría, Juegos de Estrategia, Probabilidad y Estadística, Puzzles y Solitarios.

El bloque de "*Aritmética y Álgebra*" incluye juegos para varios jugadores (Dominós, Memory, Atraviesa el panel) que se refieren en su mayor parte a la realización mental de cálculos directos e indirectos (operaciones aritméticas y porcentajes) y a la comprensión y relaciones entre los distintos tipos de números. También se incluyen actividades relativas a la comprensión del valor relativo de las cifras y el principio de equivalencia numérica (El juego del banquero o de las equivalencias), y a la ordenación de números naturales sencillos (Cada carta en su lugar); finalmente, se incluyen 3

actividades secuenciadas relativas a la construcción e interpretación de fórmulas algebraicas (Las fórmulas cuentan su historia). En total, se incluyen 12 actividades para EP y 8 para ESO.

En el bloque de "**Geometría**" se presentan un total de 13 actividades para EP y 16 para ESO. Una parte importante de ellas se dedica a las Matemáticas del espejo (Izquierda y derecha, Dentro del espejo, Dibujando el reflejo, Simetría de las letras, El juego del espejo, Mirando en un libro de espejos, Ángulos en el libro de espejos, Cantidad de simetría, Logotipos, Espejos en espejos reflejados, Mensajes en un espejo); otras actividades se centran en el desarrollo de la capacidad de manipulación mental de imágenes (Pentaminós, Hexaminós); en otras se plantean diversos problemas a resolver en geoplanos 3x3 y 4x4 (Buscando y ordenando triángulos y cuadrados, Recorriendo caminos, Midiendo áreas); finalmente, una última actividad de ocupa de la construcción, descripción, clasificación e identificación de poliedros (Poliedros).

El bloque de "**Juegos de Estrategia**" incluye 6 juegos para dos jugadores (Cambiar de posición, Juego del ahorcado, Un juego de parejas con las fichas de dominó, Pista de carreras, El juego de NIM, Tres en raya tridimensional), con un total de 12 actividades para EP y 20 para ESO. En casi todos ellos, se trata de averiguar qué jugador es el que puede ganar siempre y cómo tiene que jugar para lograrlo. Para descubrirlo será preciso analizar ordenadamente diversas jugadas, posiciones, reglas de juego y resultados; poner en acción y evaluar posibles estrategias de juego; generalizar; particularizar; elaborar modelos y formas de organización que faciliten el análisis tanto del proceso como de los resultados; codificar las posiciones del juego; ... En definitiva, se trata de poner conjuntamente en acción recursos matemáticos de diversos campos de conocimiento y actuar de forma racional y científica.

En el bloque de "**Probabilidad y Estadística**" se plantean 2 actividades para EP (La carrera de caballos) que tratan de introducir las ideas probabilísticas más elementales y básicas relativas a la existencia de resultados inciertos, la medida del grado de incertidumbre y su utilidad; todo ello de modo experimental y utilizando simultáneamente recursos estadísticos imprescindibles para organizar, analizar y resumir adecuadamente los resultados de la experimentación. Los alumnos comienzan apostando por el caballo ganador y, en sucesivas carreras, van modificando su apuesta en función de los resultados observados; finalmente, entre todos han de establecer ciertas conclusiones acerca de la situación aleatoria planteada.

Para ESO se plantean, además de la actividad anterior en un nivel de dificultad algo mayor, otras 6 actividades, 2 de las cuales tratan de la necesidad, interpretación y utilidad de los parámetros estadísticos (La nota media, ¡Que suerte he tenido!); en las 4 restantes se proponen problemas probabilísticos de especial dificultad que han de resolverse inicialmente mediante la simulación de la situación probabilística siguiendo las pautas indicadas en la actividad y, posteriormente, de forma teórica construyendo e interpretando los correspondientes diagramas de árbol (Las tres puertas, Los ladrones de Bagdad).

En el bloque de "**Puzzles**" se presentan 10 actividades para EP (Tangram, Puzzles con cuadrados, Áreas equivalentes) y 16 para ESO (Tangram, Áreas equivalentes, El cubo SOMA, Demostración visual del Teorema de Pitágoras, Geometría en el Álgebra, Una curiosa demostración). En todas ellas, y como corresponde a cualquier puzzle, se trata de reconstruir determinadas formas a partir de ciertas piezas, para lo que será necesario en unos casos y ventajoso siempre analizar sistemáticamente qué piezas y en qué posición han de situarse para reconstruir la forma deseada. Precisamente éste es el objetivo didáctico más relevante de esta actividad: potenciar la reflexión previa a la acción y el análisis sistemático de posibilidades. Simultáneamente, se desarrollan capacidades de observación y comparación y, por supuesto, la especialmente importante capacidad

de manipular mentalmente imágenes. Por otro lado, en estas tareas los estudiantes habrán tenido ocasión de verificar la validez de ciertas identidades notables, comprender cómo se han podido construir las fórmulas de las áreas de ciertas figuras y entender mejor su significado, o apreciar el ingenio de algunas demostraciones visuales del Teorema de Pitágoras. La última actividad, "Si quieres saber más", que se propone en relación con "El cubo SOMA", plantea el difícil y sorprendente reto de resolver el problema clásico de este puzzle espacial sin necesidad de tocar las piezas, para lo que será necesario realizar un estudio matemático profundo de la situación y poner en acción importantes capacidades de observación y análisis.

En el último bloque, "*Solitarios*" se plantean nuevos juegos para su análisis matemático (Cuadrados mágicos, El salto de la rana, El cubo de tres colores, Las torres de Hanoi, Juegos topológicos). En total hay 6 actividades para EP y 13 para ESO. En algunos juegos, se trata simplemente de comprender y seguir las instrucciones indicadas para su resolución; en otros será necesario comenzar analizando y clasificando los elementos de partida considerando el resultado que se pretende obtener; y en el resto, habrán de poner en juego ciertas estrategias heurísticas (empezar por lo más simple, apoyarse en lo anterior para así avanzar hacia la solución final, analizar ordenadamente las distintas posibilidades, ...). La última actividad "Si quieres saber más", planteada en "Las torres de Hanoi", introduce una potente herramienta matemática que permite dar respuesta a todas las preguntas que pueden plantearse en relación con este juego: el grafo donde se representan la posición inicial, todas las posiciones intermedias posibles según las reglas del juego, y la posición final, así como las posibilidades de pasar de una a otra posición de juego.

Las actividades se identifican mediante un código constituido por 4 elementos ordenados:

El primer elemento informa de número de alumnos que sugerimos para realizar la actividad. Así, "1" indica que proponemos que la actividad se haga individualmente; "2" indica que la propuesta es que se haga en parejas; ...

El 2º elemento del código informa del bloque de contenidos en que se incluye la actividad: Bloque de "Aritmética y Álgebra" (AR), de "Geometría" (GE), "Juegos de Estrategia" (JU), "Probabilidad" (PR), Puzzles" (PZ) y "Solitarios" (SO).

El tercer elemento indica la organización y ordenación de las actividades de cada bloque (grupos: A, B, ...; y actividades de cada grupo: A1 A2, ...). Así, B2 indica que se trata de la 2ª actividad del grupo B (anteriormente, por tanto, estarían todas las actividades del grupo A y la actividad B1).

Para la realización de las actividades es necesario tener en cuenta que, si bien los grupos de actividades son autónomos, por lo que pueden hacerse en cualquier orden, no es así para las actividades de un mismo grupo, que están diseñadas de modo que no es posible hacer la actividad 3 sin haber hecho antes las actividades 1º y 2 del mismo grupo.

Finalmente, el 4º elemento del código indica el nivel de estudios en que consideramos que podría realizarse cada actividad (cuando son varios, así se indica):

- | | |
|---|--|
| 1 (nivel 1): 1º y 2º de EP (6-7 años) | 4 (nivel 4): 1º y 2º de ESO (12- 13 años) |
| 2 (nivel 2): 3º y 4º de EP (8-9 años) | 5 (nivel 5): 3º y 4º de ESO (14- 15 años) |
| 3 (nivel 3): 5º y 6º de EP (10-11 años) | |

CONCLUSIONES Y EXPECTATIVAS DE FUTURO:

Cuando a comienzos del curso 99-00 la Junta Directiva de SADEM decidió llevar a cabo esta experiencia como una más de las actividades programadas con ocasión de la celebración del Año Mundial de las Matemáticas, estábamos muy lejos de prever la respuesta tan positiva de la comunidad educativa asturiana y la gran aceptación que ha tenido en todos los centros de

enseñanza que han participado, tanto por parte de los alumnos como de los profesores, como se deduce de la evaluación de la experiencia realizada en cada centro por el monitor, los profesores y los alumnos (en los 3 últimos cursos, cada año han participado en la experiencia aproximadamente 8000 estudiantes y 300 profesores que impartían Matemáticas).

También ha sido valorado muy positivamente el "Curso de Apoyo a los Talleres" al que han asistido los monitores y profesores interesados, especialmente por su enfoque eminentemente práctico y la utilización constante de materiales manipulativos adecuados para trabajar con los alumnos en el aula. La novedad de las actividades propuestas y su planteamiento didáctico hacen de este curso un elemento fundamental para garantizar el máximo aprovechamiento del Taller y, en consecuencia, el éxito de la experiencia; simultáneamente, supone una importante actualización del profesorado acorde con sus necesidades e intereses. Por ello, consideramos que debe seguir ofertándose en años sucesivos, ampliando su duración de modo que sea posible profundizar más en el conocimiento de las actividades del Taller, su planteamiento y objetivos didácticos, y la planificación de la experiencia en los centros. Esperamos que este CD-Rom facilite la reproducción y adaptación de las actividades en óptimas condiciones, formando parte de la dotación de materiales documentales y manipulativos presentes en todos los centros de enseñanza de Asturias.

Por último, queremos manifestar nuestro deseo de ir mejorando y ampliando las actividades, así como incluir una breve guía didáctica y un vídeo divulgativo de la experiencia.